

深度探究“手拉手”问题在初中数学几何中的应用

梁倩瑜

广州市番禺区市桥桥兴中学

DOI:10.32629/er.v9i7.7260

[摘要] 本文深入研究“手拉手”问题在初中数学几何中的应用。通过阐述初中数学教学现状及“手拉手”问题的重要地位，明确研究目的与意义。详细剖析“手拉手”问题的基本概念，探讨其在三角形、四边形等几何图形中的应用，并分析其对初中数学思维培养的价值，最后总结研究成果，指出研究不足与未来展望。

[关键词] “手拉手”；问题；初中数学；几何；思维培养；应用研究

中图分类号：G633.6 **文献标识码：**A

In-Depth Exploration of the Application of the "Hand-in-Hand" Problem in Junior High School Geometry

Liang Qianyu

Qiaoxing Middle School, Shiqiao, Panyu District, Guangzhou

Abstract: This paper conducts an in-depth study on the application of the "hand-in-hand" problem in junior high school geometry. By elaborating on the current state of junior high school mathematics teaching and the significant role of the "hand-in-hand" problem, it clarifies the research purpose and significance. It thoroughly analyzes the basic concepts of the "hand-in-hand" problem, explores its applications in geometric figures such as triangles and quadrilaterals, and examines its value in developing mathematical thinking at the junior high school level. Finally, it summarizes the research findings and points out the limitations of the study as well as prospects for future research.

Keywords: "Hand-in-hand" problem; junior high school mathematics; geometry; thinking development; applied research

1 引言

1.1 研究背景

1.1.1 初中数学教学现状与挑战

在现阶段初中数学教学中，几何部分一直是教学的重难点。学生在面对较为复杂的几何图形和问题时，常常感到困惑和难以突破，找不到有效的解题思路。几何知识的抽象性和逻辑性，对学生的思维能力提出了较高要求。例如，在证明三角形全等和相似、求解四边形的边长和角度等问题时，学生往往因为对图形的理解不够深入和题目分析不够到位，无法灵活运用相关知识，导致解题困难。

1.1.2 “手拉手”问题在初中数学中的地位逐渐凸显

作为一类特征鲜明的特殊几何模型，“手拉手”问题近年来在教学研究领域获得了愈发广泛的重视，也在初中数学的日常教学与各类考试中频繁出现。这类问题不仅串联起三角形、四边形等基础几何图形的相关知识，还涉及了全等、相似、旋转等多个核心数学概念与解题方法。

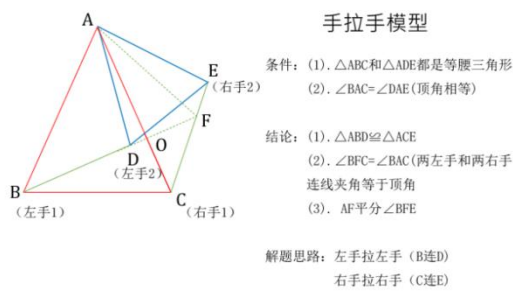
1.2 研究目的

“手拉手”问题的本质在于图形之间的特定变换关系。

例如，在两个相似或全等的三角形通过特定点连接，形成类似“手拉手”的结构时，其边与角之间存在着固定的比例关系或相等关系。而且“手拉手”问题是贯穿于初中数学的多个板块。从几何中的三角形全等与相似，到四边形的性质与判定，再到函数图像与几何图形的结合，都能发现“手拉手”问题的身影。通过研究，我们希望全面揭示其在这些知识板块中的应用方式和规律，为初中数学教学提供更丰富的教学资源。

1.3 研究意义

研究“手拉手”问题在初中数学几何中的应用，能够为教师的教学提供新的思路和方法^[1]。教师可以通过引入“手拉手”模型，帮助学生更好地理解几何图形之间的关系，提高学生的空间想象能力和逻辑推理能力。而学生，研究“手拉手”问题有助于培养他们的多种数学思维。因此，通过研究和解决这类问题，学生能够得到有效的思维训练，培养严谨的逻辑推理能力、丰富的空间想象能力和创新意识，为今后的数学学习和发展奠定坚实的基础。



点重合，左底角顶点互连，右底角顶点互连所组成的图形。常见的有两个相似三角形或相似四边形共顶点的情况。这种模型在等腰三角形、等边三角形中表现得尤为典型^[2]。“手拉手”模型也可以看作是旋转变换。如图中可以看作△ADE绕着顶点A顺时针旋转到△ABC位置（有比例放大），也可以看作是△ABC绕着顶点A逆时针旋转到△ADE。用旋转的思路可以方便地理解哪一只手对应到哪一只手，因为解题思路通常是做左手拉左手，右手拉右手的辅助线。

2 “手拉手” 问题的基本概念

“手拉手”模型是指两个顶角相等的等腰三角形顶角顶

3 “手拉手” 问题在初中几何中的应用

3.1 在三角形中的应用

1. 全等三角形中的 “手拉手” (1) 模型特点：双等腰，角相等，共定点，得全等，如图1 ① $OA=OB, OC=OD$ (双等腰) ② $\angle AOB=\angle COD$ (角相等) ③ $\angle AOB$ 和 $\angle COD$ 有相同定点 O (共定点) 左手拉左手，右手拉右手 (连接 BD, AC) ④ $\triangle AOC \cong \triangle BOD$ (得全等) 通过 SAS (边角边) 定理来证明三角形全等。	相似三角形中的 “手拉手” (1) 模型特点：成比例，角相等，共定点，得相似，如图2 $\frac{OA}{OB} = \frac{OC}{OD}$ ① (成比例) ② $\angle AOB=\angle COD$ (角相等) ③ $\angle AOB$ 和 $\angle COD$ 有相同定点 O (共定点) 左手拉左手，右手拉右手 (连接 BD, AC) ④ $\triangle AOC \sim \triangle BOD$ (得相似)
图 1	图 2

3. 三角形中的 “手拉手” 典型例题结论归纳

如图，等边△ABC 和等边△CDE 的顶点 A, C, E 在同

结论① $\triangle ACD \cong \triangle BCE$ (SAS)

结论② $\triangle ACP \cong \triangle BCQ$ (ASA)

结论③ $\triangle CPD \cong \triangle CQE$ (ASA)

结论④ $\triangle ACP \sim \triangle BOP \Rightarrow A, B, O, C$ 四点共圆

结论⑤ $\triangle CQE \sim \triangle OQD \Rightarrow C, O, D, E$ 四点共圆

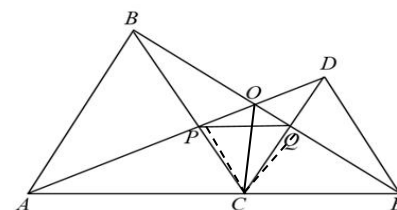
结论⑥ $\angle DOE = \angle POB = \angle ACP = 60^\circ$

结论⑦ $\triangle PCQ$ 是等边三角形

结论⑧ $PQ \parallel AE$

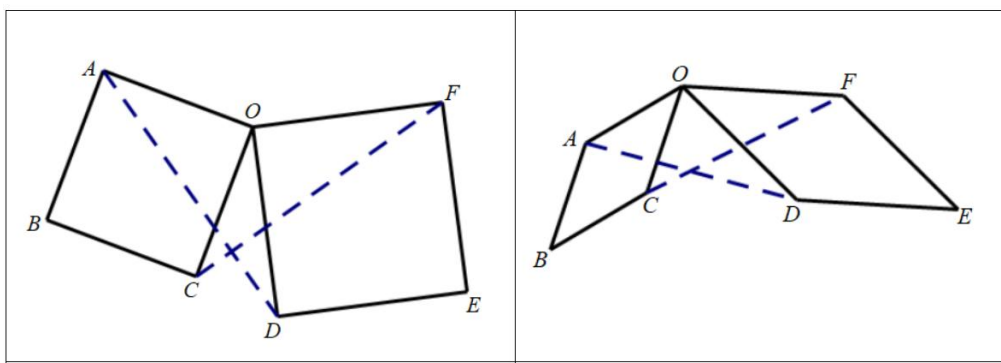
结论⑨ OC 平分 $\angle PCQ$

一条直线上，连接 AD, BE 交于点 O ， AD 与 BC 交于点 P ， BE 与 CD 交于点 Q 。



3.2 在四边形中的应用

1. 特殊四边形（如正方形、菱形）



2. 四边形与三角形组合中的“手拉手”

当四边形与三角形组合形成“手拉手”图形时，会出现一些图形转换的规律。例如，通过旋转、平移等变换，可以将三角形与四边形的某些部分进行重合或组合，从而发现新的边和角的关系。在这个过程中，要注意观察图形的变换过程，抓住不变的量和变化的量，利用几何图形的性质和定理来解决问题。

4 “手拉手”问题对初中数学思维培养的价值

4.1 逻辑思维的提升

在解决“手拉手”问题时，学生需要从观察图形的结构和关系入手，分析其中的边、角、图形之间的联系，然后运用数学定理和公理进行逻辑推理。例如，在证明“手拉手”模型中的三角形全等或相似时，学生需要根据已知条件，逐步推导，选择合适的判定定理，这一过程能够有效地训练学生的逻辑推理能力，使学生学会从已知条件出发，有条理地得出结论。

4.2 空间思维的发展

“手拉手”图形常常会涉及图形的动态变化，如旋转、平移等。在这个过程中，学生需要在脑海中想象图形的变化过程，理解图形在不同位置时的边、角关系和空间位置关系。例如，当一个三角形绕着公共顶点旋转时，学生要能够想象出旋转后的图形与原图形的关系，以及旋转过程中边和角的变化情况，这有助于培养学生的空间想象能力。

4.3 创新思维的激发

在解决“手拉手”问题时，学生往往需要突破常规的解题思路，尝试从不同的角度去思考问题^[3]。例如，在一些复杂的“手拉手”图形中，常规的方法可能无法直接解决问题，这时学生需要通过添加辅助线、变换图形等方式，寻找新的解题途径。这种探索过程能够激发学生的创新思维，培养学生的创新意识和实践能力。

5 结论

5.1 研究成果总结

经过对初中数学“手拉手”问题的系统研究，我们可以发现，该模型在三角形、四边形等多个几何知识板块中都有

着十分广泛的应用。在三角形相关问题中，不管是涉及全等三角形还是相似三角形的证明与计算，“手拉手”模型都能提供行之有效的解题方法。而在四边形相关问题里，尤其是特殊四边形以及四边形与三角形结合的组合图形题型中，“手拉手”模型可以协助我们求解各类复杂几何问题，比如计算线段长度、推导角度大小、证明线段位置或数量关系等。

“手拉手”问题在培养初中学生数学思维方面，有着十分突出的作用。它可以增强学生的逻辑思维能力，引导学生从图形关联中展开逻辑推导，搭建复杂问题的推理框架。与此同时，借助图形的动态变化以及对不同维度图形关系的认知，它还能锻炼学生的空间思维能力。在解答相关题目的过程中，它会引导学生跳出固定思维的局限，激活学生的创新思维，为学生的数学学习与长远发展提供了坚实的支撑。

5.2 研究的不足与展望

本次研究虽已对“手拉手”问题在初中数学几何中的应用展开了较为全面的探讨，但仍存在一定局限性。举例来说，在案例分析环节，本次研究虽然选取了若干典型例题，却未必能覆盖所有类型的“手拉手”问题。后续研究可以进一步拓宽“手拉手”问题的应用范围，比如围绕数学竞赛、实际生活中的数学问题等方向展开探索；还可以结合几何画板、专业数学软件等现代信息技术，对“手拉手”图形进行动态演示与分析，帮助学生更好地理解并掌握这一类问题。

[参考文献]

- [1]蔡维.探究识别模型，拓展深化反思——以“手拉手”模型为例[J].中学数学,2021(18):14-16.
- [2]唐红萍.高观点视域下的以“手拉手模型”为例的中考专题复习策略[J].试题与研究,2024(15):16-18.
- [3]钱晓燕.立足几何模型，培育创新思维——由一道中考题谈“手拉手”模型的探究[J].数理天地(初中版),2025(3):35-36.

作者简介：

梁倩瑜（1988.4-），女，汉族，广东广州人，本科，中学数学一级教师，研究方向：初中数学教学策略研究和实施。