

工科研究生《数学物理方程》案例教学研究

张新丽 朱善良

青岛科技大学数理学院

DOI:10.32629/er.v3i7.2977

[摘要]《数学物理方程与特殊函数》是理工科研究生重要的公共基础课程之一,它在化学、机电、材料等领域中有着广泛应用,该课程以从物理学及其他技术科学中产生的偏微分方程为研究对象,对方程的定解问题的建立过程、典型求解方法及解的定性理论进行分析。基于该课程特点及案例教学法的优点,本文提出将数学建模思想融入该课程教学的案例教学法,并给出交通、工程技术和环境中的典型教学案例。

[关键词] 研究生; 案例教学; 数学建模

高等教育是实现国家民族复兴的智力支撑。为适应国家发展需求并紧跟世界教育发展步伐,各高校从上世纪末大力推行教育教学改革。地方高校根据自身实际情况,在保证资源合理配置和人才结构合理的前提下,探索深层次的教学改革。本文根据我校研究生公共数学课《数学物理方程和特殊函数》^[1]的课程特点及多年的教学经验,结合数学建模的思想,对该课程采用案例教学进行探索。以期培养学生分析、解决问题的能力。

1 课程特点

我校机电学院、材料学院、海洋学院等相关专业的研究生需必修《数学物理方程与特殊函数》,该课程包括“数学物理方程”与“特殊函数”两部分内容。第一部包括数学物理方程中的一些基本概念和三种典型的偏微分方程的建立及定解问题的求解方法。详细介绍了直角坐标、极坐标、柱坐标和球面坐标中分离变量法、行波法、积分变换法、格林函数法及差分法等。“特殊函数”部分包括贝塞尔函数及勒让德多项式的建立、求解及应用。该课程推导过程复杂,学生必须具有丰富的物理背景,同时又必须具备较强的数学功底。在前期的教学过程中,课程的教学只是停留在理论上,和实际应用联系还有较大差异。在教育改革形式的推动下,加之数学课程内容深

奥、枯燥,学生普遍兴趣不高,学生的数学实用化、创新性能力较差,影响后续课程学习及科研开展。为此我们着手对该课程进行教学改革。

教学改革包括教学内容、教学过程和考核过程的改革三种常见形式。课程改革首先必须改变传统讲授式教学模式,改变传统教学中存在的理论性强、应用性不足的问题。教学改革离不开教学体系的重构,更与课程的教授方式与施行效果息息相关。根据人才培养特点,选择科学合理的教学内容;将课程中的一些应用问题引入教学中;借助现代教学手段,实现课程的递进式教学。及时对课程的教学效果进行总结、分析和调整,本质是坚持“以人为本”的核心思想,为实现高等教育强国做出教师应有的贡献。

2 案例教学法

案例教学法^[2]是指教师结合教学内容,与实际生活相联系,并从中选择部分熟悉、易于理解的实例展示给学生,在教师的引领下,学生利用所学知识,对相关案例进行分析和反思,找到解决方案或者新的结论,从而完成教育目标。案例教学是学生自主学习、研究、讨论和总结的新型教学方法。案例库与案例教学始于两千多年前的古希腊,在20世纪末引入我国。2012年,全国专业学位研究生教学案例中心成立,它隶属于教育部学位与研究生教育发展中心。该中心是国家

级教学案例平台,它既包含案例资源建设和案例推广应用,又包含案例师资培训及案例网络平台建设。当前该中心已与29个类别的专业学位研究生教指委联手开展案例库建设,并开通十多个类别的专业学位研究生教学案例库,其中优质案例2300多个。

数学建模借助于数学思想和方法,利用数学知识解决现实问题,它是开启数学应用的一把钥匙,也是将现实世界和数学连接起来的桥梁。数学建模的过程包含模型建立和求解、结果检验及模型改进四个步骤。数学建模既培养学生应用数学思想和方法解决现实问题的能力,又加强了学生的创新能力、团队合作和团队意识,其中创新能力和团队意识是任何科研团队的核心要素。研究生的数学建模活动始终以激发学生的创新能力和学习兴趣,提高学生建立合适的数学模型并通过程序解决现实问题的综合能力,培养创新精神及团队协作意识为目标,该项活动类似于科学课题研究,各有千秋。数学建模活动与学生参与的科研课题相比,它在某些方面难度更高、广度更宽,更有利于研究生的知识面的扩大和创新思维的启发。

将数学建模思想融入研究生的公共基础数学课程教学中,将具有现实意义的教学案例引入到教学中,能激发学生

认识。数学建模过程中思想的逻辑性及创造性, 将为学生进行公共数学基础课的学习提供完整的学习方案。建立数学公共基础课的案例库, 教师之间不仅可以共享教学资源, 也便于教师之间的交流沟通, 教师可从案例库中选择适合教学内容和目的案例, 同时也可把案例库教学方法作为引导式、讨论式等教学方法的有益补充。通过融入数学建模思想的案例式教学, 以学生为中心, 结合不同课程的内容, 实现课堂翻转, 能够有效提升研究生的数学思维和创新意识, 培养研究生将所学知识综合运用能力, 强化分析、解决问题的能力, 从而提高研究生的培养质量。

3 案例教学素材

3.1 交通流问题^[3]

随着城市生活节奏的加快, 汽车成为很多人出行的交通工具。每天都会遇到道路堵塞问题, 现将快速路上高速行驶的车辆流动问题作为教学案例引入数学物理方程的教学中。研究什么时候可能发生交通堵塞及如何避免该问题。

假设快速路为轴, 车辆的前进方向为轴的正方向。记 $u(x, t)$ 为 t 时刻车辆的密度, $v(x, t)$ 表示 x 点的流通率。根据车辆数守恒原理: 区间 $[x, x + dx]$ 在时间段 $[t, t + dt]$ 内车辆增加值等于在时间段 $[t, t + dt]$ 中通过 x 点的车流量减去 $x + dx$ 点的车流量。即

$$u(x, t + dt)dx - u(x, t)dx = v(x, t)dt - v(x + dx, t)dt.$$

若函数 $u(x, t)$ 和 $v(x, t)$ 都是连续可微的, 则得到结构方程

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x, t) + \frac{\partial v}{\partial x}(x, t) = 0.$$

借助该案例可以让学生了解数学物理方程的建立过程, 并带着问题求解的疑问学习后面的内容。

3.2 地震波在介质中的传播

近年来, 地震活动比较频繁, 根据地震波的频率、走时和振幅特性等反演地球内部的结构。对于地震的预防有很大作用。我们将地震波在地下介质中的传播问题作为教学案例引入波动方程的教学中。将地球介质理解为一个无限半平面, 假设介质是均匀的、各向同性的, 设震源的初始地震波为 $f(x, z)$, 得到地震波在地下介质中的传播方程为二维的波动方程 $\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$, 的初值问题, 其中 ρ 为介质密度常数, a, b 为介质弹性系数。由于地震波在震中强度最大, 离震中心越远波位移逐渐减弱。实际求解过程中, 可以用数值求解方法, 人为规定一个有限区域, 并给出相应的边界条件。为了计算方便, 课上讲授本内容时可以把相应的条件量化, 让学生根据所学知识求解相关问题。

3.3 大气污染

近年来, 环境污染已经成为威胁人类的生存环境的主要因素。因此, 我们将大气污染作为教学案例引入热传导方程的教学中, 使它与数学物理方程中的热传导方程有机结合。假设空间内点 (x, y, z) 初始时刻的污染物密度为 $\varphi(x, y, z)$, 在 t 时刻的污染物密度为 $u(x, y, z, t)$ 。有一个排污口单位时间内的污染物排放量为 $Q(x, y, z, t)$ 。任取闭曲面 S , 假设它包围的区域为 Ω 。根据质量守恒定律: 在时间段 $[t, t + \Delta t]$ 由于密度变化导致 S 内污染物质量的增加值等于该时间段内通过 S 流入区域的污染物、由于吸收衰减导致的质量减少、空气流动从 S 飘走的污染物、 S 内从源头排除的污染物之和, 得到

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k_1^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + k_2^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + k_3^2 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} -$$

$$k_4 u - p \frac{\partial u}{\partial x} - q \frac{\partial u}{\partial y} - r \frac{\partial u}{\partial z} + Q(x, y, z, t)$$

初始条件为 $u(x, y, z, 0) = \varphi(x, y, z)$ 。

当 $k_1 = k_2 = k_3, k_4 = 0, p = q = r = 0, Q(x, y, z, t) = 0$, 该模型就是热传导方程, 根据傅里叶变换的方法进行方程求解。借助该案例可以完成热传导方程的教学, 并带着问题求解的疑问把傅里叶变换的方法详细讲解。课后为增强学生的理解, 可以把把大气污染改成水污染, 重新让同学们建立模型并求解。

4 结束语

本文通过分析《数学物理方程》的课程特点及案例教学法的优点, 提出了利于该课程教学的案例教学法, 并通过数学建模的思想给出了几个教学案例, 让同学们在学习知识的基础上, 提高自己解决实际问题的能力, 为后期研究生进行科学研究做前期的准备工作。

课题项目:

山东省研究生教育质量提升计划资助(SDYAL18062)。

[参考文献]

[1] 王元明. 数学物理方程与特殊函数[M]. 高等教育出版社, 2005.

[2] 韩霞. 数学教学案例研究的再思考[D]. 华中科技大学, 2014.

[3] 杨启帆, 方道元. 数学建模[M]. 浙江大学出版社, 2001.

作者简介:

张新丽(1979--), 女, 汉族, 山东邹平人, 博士研究生, 副教授, 研究方向: 非线性动力系统。