

“三全育人”视域下课程思政案例设计

——以《概率论与数理统计》为例

汪慧

安徽新华学院通识教育部

DOI:10.12238/er.v5i11.4853

[摘要] 在“三全育人”的视域下,以概率论与数理统计课程的授课内容为基石,紧紧围绕“知识传递、哲学体现、价值引领”设计充满趣味、发人深省、具有当代社会共鸣感的案例进行概率论与数理统计的教学,深入探究课程内容与实际问题的相互联系,深挖其中的辩证唯物主义思想,引领学生树立社会主义核心价值观体系。利用数学思政教学激发学生的学习兴趣,加强学生爱国爱家爱自己的民族情怀,以期形成数学育人的长效机制,为新时代培养更多的地方应用型人才。

[关键词] 概率论与数理统计; 课程思政案例; 思政元素体现; “三全育人”

中图分类号: G622.3 **文献标识码:** A

Curriculum Ideological and Political Case Design from the Perspective of "Three Comprehensive Education"

——Take probability theory and mathematical statistics as an example

Hui Wang

Department of General Education, Anhui Xinhua University

[Abstract] From the perspective of "three comprehensive education", with the teaching content of probability theory and mathematical statistics as the cornerstone, closely centering on "knowledge transfer, philosophical embodiment, value guidance" to design interesting, thought-provoking and contemporary social resonance Cases are used to teach probability theory and mathematical statistics, to deeply explore the interconnection between course content and practical problems, to dig deep into the dialectical materialism, and to guide students to establish a socialist core value system. Use mathematics ideological and political teaching to stimulate students' interest in learning, strengthen students' national feelings of patriotism, love their family, and love themselves, in order to form a long-term mechanism for mathematics education, and cultivate more local applied talents for the new era.

[Key words] Probability Theory and Mathematical Statistics; Course Ideological and Political Cases; Reflection of Ideological and Political Elements; "Three Comprehensive Education"

引言

在“三全育人”视域下以立德树人为根本任务,探讨如何有效开展概率论与数理统计课程的思政教学,设计与其他学科相关的具有强烈时代感的思政案例是数学教师的育人首责。

1 思政案例设计与应用

概率论与数理统计课程的理论知识和实际应用及与各类传统专业和社会新兴学科之间的紧密联系都使得我们意识到生活中绝大多数的问题都是概率统计问题。教师就有非常多

丰富的素材来设计课程思政教学内容,在课堂上进行无痕的植入,使得数学思政育人潜移默化扎根学生的思想深处,与教学相长相促。

案例1利用全概率公式与贝叶斯公式阐述辩证法中的因果关系因果关系是哲学辩证法中的一个重要知识点,生活中我们由书本知识或者自身经验明白原因会影响结果,结果反过来帮助我们分析原因。这样的结论逻辑性虽有但应用于生活中的直观性和深刻性不强。关于这种因果关系可以借助全概率公式与贝叶斯公式设计思政案例。

例1: 大学住校期间学生们容易丢失钥匙。钥匙丢了, 丢在宿舍的概率为40%, 这种情况下找到的概率为0.90; 丢在教室里的概率为35%, 这种情况下找到的概率为0.30; 丢在路上的概率为25%, 这种情况下找到的概率为0.10; 求找到钥匙的概率?

设事件 $A = \{\text{找到钥匙}\}$, 事件 $B_i = \{\text{钥匙丢在 } i \text{ 地}\}$, $i = 1, 2, 3$, 分别代表宿舍、教室、路上; 则丢在学校何处的 B_1, B_2, B_3 就构成一个完备事件组, 则

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + P(B_3)P(A|B_3) \\ = 0.4 \times 0.9 + 0.35 \times 0.3 + 0.25 \times 0.1 = 0.49$$

思政元素体现: 全概率公式中求某一个复合事件发生的概率可以看成是例题中求 A 结果发生的概率, 这即为“求果”。而影响这个复合事件结果发生的原因不止一个, 分析问题时需要化整为零, 逐一突破。则每一个原因相当于例题中完备事件组的一个成员, B_i 这即为“由因”。想了解找到钥匙这个 A 结果发生的可能性有多大, 就分析了丢在宿舍、丢在教室和丢在路上三种可能性原因 B_i , 最终得到了综合可信的一个结论。全概率公式的实际应用过程就是一个辩证法中“由因求果”的展现, 它强调一件事情的成败不能简单归于某一个原因决定而是很多因素之间的关系共同决定, 劝导学生做任何事情前三思而后行, 分析得失利弊, 提高成功的可能性大小。这种辩证法思维结合概率论理论会让学生在以后的人生道路上事半功倍。

例2: (烽火戏诸侯)我国历史上西周时期周幽王, 为博宠妃褒姒一笑, 点燃了烽火台, 戏弄了诸侯, 导致诸侯们都不相信烽火。后来犬戎攻破镐京, 各诸侯因为此前的屡次戏耍也没有出兵相救, 导致周幽王被杀。

问题: 周幽王最终孤立无援被杀的事实是什么原因造成的呢? 如何用数学知识探讨?

诸侯出于对狼烟的认知, 对周幽王的初始信任度为0.90, 可信的周幽王被认为说谎的概率为0.05, 诸侯不相信周幽王时, 他被认为说谎的概率为0.7。

假设 A 事件表示周幽王可信, \bar{A} 事件则表示周幽王不可信, B 事件表示周幽王被认为是说谎。

当诸侯第一次看到“狼烟”时,

$$P(A) = 0.9, P(\bar{A}) = 0.9$$

$$P(B|A) = 0.05, P(B|\bar{A}) = 0.7 \text{ 由贝叶斯公式, 求得}$$

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(A)P(B|A)}{P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})} \approx 0.391$$

当诸侯第二次看到“狼烟”时, 则此时的

$$P(A) = 0.391, P(\bar{A}) = 0.609$$

$$P(B|A) = 0.05, P(B|\bar{A}) = 0.7 \text{ 再次由贝叶斯公式,}$$

得到

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(A)P(B|A)}{P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})} \approx 0.044$$

当诸侯第三次看到“狼烟”时, 则

$$P(A) = 0.044, P(\bar{A}) = 0.956$$

$$P(B|A) = 0.05, P(B|\bar{A}) = 0.7$$

第三次使用贝叶斯公式, 得到 $P(A|B) \approx 0.003$

思政元素体现: 贝叶斯公式的题设是已知随机事件 A 已经发生, 而影响事件 A 的因素有很多, 当想了解每种因素 B 对这个 A 结果的影响大小时, 就需要通过概率量化。烽火戏诸侯这个故事告诉我们之所以有最后强敌来犯诸侯对于周幽王的狼烟置之不理这个结果, 分析原因正是周幽王一次次的说谎导致他的可信度在不断的降低。过程总结就是“由果溯因”, 它体现了一件事情发生了, 无论结果是成功还是失败, 都要学会懂得反思, 学会利用反思总结成功或者失败影响因素的大小, 用数字理性分析, 帮助自己以后的人生路上很好地避“坑”。同样是在校的大学生不可避免的会遇到一些让自己喜悦万分或者沮丧低迷的事, 等冷静下来以后, 需要复盘过程, 分析得失, 总结经验, 为未来积累数据化的资源。

案例2利用小概率原理阐述偶然性与必然性的辩证关系

“小概率原理”是统计学中假设检验的基本原理。它的核心思想应该分为两层理解。一层是指概率很小的事件的在一次实验或几次实验中, 是几乎不可能发生的, 即使发生也具有偶然性, 不代表必然性。另一层是指在无穷多次实验下, 小概率事件一定会发生。这种发生的必然性也是通过大量的偶然性表现出来的。这两层含义的交叉融合正是唯物主义偶然性与必然性的辩证关系的体现。

例3: 一张数学试卷上有6道选择题, 每道有4个选项, 其中有一个正确答案, 求某位学生靠猜测能答对全部题目的概率?

每一道题被猜对的概率为0.25, 此外, 7道题猜对与否是相互独立的。答7道题相当于做了7次试验, 这是一个7重贝努利试验, 设 X 为7题中被猜对的题数, 则 $X \sim B(7, 0.25)$ 。于是计算得到下表:

$P(X=0) = C_7^0(0.25)^0(0.75)^7 \approx 0.133484$	$P(X=4) = C_7^4(0.25)^4(0.75)^3 \approx 0.057678$
$P(X=1) = C_7^1(0.25)^1(0.75)^6 \approx 0.311462$	$P(X=5) = C_7^5(0.25)^5(0.75)^2 \approx 0.011536$
$P(X=2) = C_7^2(0.25)^2(0.75)^5 \approx 0.311462$	$P(X=6) = C_7^6(0.25)^6(0.75)^1 \approx 0.001282$
$P(X=3) = C_7^3(0.25)^3(0.75)^4 \approx 0.173035$	$P(X=7) = C_7^7(0.25)^7(0.75)^0 \approx 0.000061$

可知,7道题靠猜答对1或2道的概率最大,答对0、3、4、5、6题的概率也不大,而靠猜答对7题的可能性几乎不可能。

例4: 若每个人的呼吸道中带有感冒病毒的概率为0.002,求在有1500人看电影的剧场里存在感冒病毒的概率?

分析: 每个人呼吸道中是否带有感冒病毒是个伯努利试验,这是个1500重的伯努利试验,设 X 为1500人中存在感冒病毒的人数,则 $X \sim B(1500, 0.002)$. 则一个1500人看电影的剧场里带有感冒病毒的概率为

$$P(A_1 \cup A_2 \cdots A_{1500}) = 1 - P(\overline{A_1} \cup \overline{A_2} \cdots \overline{A_{1500}})$$

$$= 1 - 0.998^{1500} \approx 0.95$$

可以看出在公共场合被传染的概率很大。

思政元素体现: 上述两个例题正是小概率原理两层意义的体现。要通过小概率原理树立正确的人生观,既不要因为某种投机取巧、不劳而获的事情偶然发生就当做是以后也经常会发生从而不思进取、躺平度日,也不要觉得现实生活中那些似乎高不可攀、痴心妄想的事情自己也一定不能做到而丧失信心、不敢突破。在现实生活中要趋利避害,科学的选择好的小概率事件,及时纠正或避开不好的小概率事件,让不确定的小概率事件可掌握。

案例3: 利用乘法原理阐述事物的普遍联系与发展

乘法原理的学习是在条件概率之后,其公式 $P(AB) =$

$P(A|B)P(B)$ 甚至就是条件概率的变形公式。其应用就是如何求两个或两个以上随机事件同时发生的概率。当多个随机事件同时发生时,我们去预估其发生的可能性大小时候当然会思考这些随机事件之间有没有什么联系呢?它们是如何互相影响、互相发展的呢?这种事物内部和事物之间的关系正是马克思主义基本原理中普遍联系与发展原理的体现。

例5(传染病模型): 一个袋子中装有红球 r 只和白球 t 只,每次从袋中任取一只球,观察其颜色后放回,并且再放入 a 只与所取出的那只球同颜色的球,若在袋子中连续取球四次,试求第一、第二次取得红球且第三、第四次取到白球的概率?

此题引入多个随机事件 $A_i (i=1,2,3,4)$ 表示“第 i 次

取到红球”,则 $\overline{A_3}, \overline{A_4}$ 就表示第三、第四次取得白球。因此问

题提出四个事件 $A_1 A_2 \overline{A_3} \overline{A_4}$ 同时发生的概率,应用乘法原理所求概率为

$$P(A_1 A_2 \overline{A_3} \overline{A_4}) = P(\overline{A_4} | A_1 A_2 \overline{A_3}) P(\overline{A_3} | A_1 A_2) P(A_2 | A_1) P(A_1)$$

$$= \frac{t+a}{r+t+3a} \cdot \frac{t}{r+t+2a} \cdot \frac{r+a}{r+t+a} \cdot \frac{r}{r+t}$$

此模型早已经在20世纪30年代被数学家波利亚用来作为描述传染病的数学模型。现在依然作为2020年疫情时期的一个简单易懂的传染模式跟学生分享。

思政元素体现: 马克思主义基本原理中就说明了世界就是一个普遍联系的,一切事物都和周围其他事物有条件地联系着。正是由于事物的普遍联系,它们之间的相互作用、相互影响,才构成了事物的运动、变化、发展。发展就是新事物的产生、旧事物的灭亡,即新事物代替旧事物。没有联系,就没有世界,也就没有发展。所以乘法原理告诉在校大学生们要拥有一双睿智的“慧眼”,既要知道在校期间各学科之间知识架构和内容体系之间是相互联系、相互促进的,更要明白这种齐头并进的学习是为了以后人生某个阶段的迸发在做积累做铺垫。

案例4: 利用数学期望阐述社会热点问题

数学期望是概率论的第一个基本概念,是随机变量中最重要的一项数字特征。它用具体的度量值表示随机变量取值的集中位置,又称均值。数学期望在生产生活,尤其是经济生活中应用广泛。例如如何使得保险公司收益最大化,如何降低理财投资风险等。它现在更是为一些社会热点问题提供了重要的理论依据。

例6:(混合检测问题) 开展全员核酸后,某高校共有两万人需要参加核酸检测,假设每人检测呈阳性的概率是0.001。现有两种采样化验方案供考虑:一种为逐一单个进行化验;另一种为每10人为一组进行混合化验,如果检验阴性则全通过,若检验呈阳性,则需要再逐一检验;高校考虑哪一种方案更优?

分析: 单个逐一化验,则化验总次数为20000次,混检的检验次数不能确定,因此设随机变量 X 为10人一组检验所需次数,由方案的操作过程,则随机变量 X 可能取值只能为1或11。 $X=1$ 表示10人全阴性,每个人阴性的概率为0.999,则10个人血液全阴性的概率即为 0.999^{10} 。 $X=11$ 表示10人血液中至少有1个阳性需要再逐一单检,即全部阴性的对立事件,概率应为 $1 - 0.999^{10}$ 。

则每组需要的平均检验次数即数学期望应为

$$1 \times 0.999^{10} + 11 \times (1 - 0.999^{10}) \approx 1.10$$

则两万人共分成2000组, 每组混检平均次数为**1.10**, 2000组总检验平均次数应为 **$1.10 \times 2000 = 2200$** 。很明显混检要比逐一单检更加高效。这即是我国在如今地区核酸排查过程中采用混检的依据。

思政元素体现: 概率论这门学科的起源与发展和其他数学学科大不相同, 它来源于当时人们对赌博的热衷与探讨。数学期望又是此状态下产生的第一个基本概念。上述例题告诉我们用很早的知识点可以解决当下的核酸混检热点问题。通常我们告诉学生要学以致用、理论联系实际等等, 对于其他学科这种说法很容易实现, 但对于数学很多学科确实很难让学生感受到如何联系实际。概率论与数理统计中的很多知识点, 比如数学期望就能很好的解决很多热点问题。授课过程中联系时政, 不仅能激发学生新学习新知识的热情、激励学生探究新问题的兴趣, 还能进一步对学生加强思政教育, 弘扬爱国热情。

2 实践效果

近几年对本校学生开展更为深入的思政教学, 总结出一些典型案例用于线下或者线上的混合教学, 及时掌握学生学习情况、课堂表现、课后反馈, 从近4年学生对老师的评学打分及评语中感受到思政教育对他们的世界观、人生观、价值观产生了一定的影响, 并且改善了很多学生惧怕数学的心里, 让他们对数学产生了浓厚的兴趣, 热情饱满的投入到课程的学习中。通过期末概率论与数理统计期末考试卷面成绩结合平时成绩的考核所得到的最终成绩与往年的学生成绩进行不及格率对比, 感受到

合适的数学思政教育对学生的正面影响。

3 结语

以《概率论与数理统计》课程为例, 在“三全育人”的视域下通过对概率论与数理统计课程深入探究挖掘, 紧紧围绕“知识传递、哲学体现、价值引领”设计充满趣味、发人深省、具有当代社会共鸣感的案例。从课程的知识体系和课程性质等特点出发, 帮助学生塑造社会主义核心价值观思想, 激发学生的学习兴趣, 加强学生的家国情怀, 以期形成数学育人的长效机制, 为新时代培养更多的地方应用型人才。

[基金项目]

安徽省教育厅高校质量工程重点教学研究项目“‘三全育人’视域下混合式教学模式在概率论与数理统计课程中的深入探究”(编号: 2020jyxm0804); 安徽省教育厅高校质量工程重点教学研究项目“‘协同育人’理念下概率论与数理统计课程思政多元化融入研究”(编号: 2021jyxm0608)。

[参考文献]

[1] 聂铭玮, 江志超, 赵艳. 课程思政理念下的概率论与数理统计教学实践研究[J]. 北华航天工业学院学报, 2021, 31(5): 27-29.

[2] 周小双, 张玉坤. 《概率论与数理统计》教学中融入课程思政的实践与探讨[J]. 德州学院学报, 2021, 37(04): 86-88.

[3] 戈文旭, 赵峰, 娄妍. 课程思政理念下的概率论与数理统计教学改革探讨与实践[J]. 科学咨询(教育科研), 2023, (3): 149-151.

作者简介:

汪慧(1985—), 女, 汉族, 安徽寿县人, 硕士, 副教授, 从事概率论与数理统计, 随机动力系统及随机控制方面的研究。