

# 浅议高中数学“基本活动经验”教学案例研究

申孟秋

湖南衡阳市田家炳实验中学

DOI:10.32629/er.v3i9.3177

**[摘要]** 高中数学新课标(2017年版)核心理念为系统与全面培养学生的六大核心素养。四基与四能是核心素养的目标的细化。只有通过以四基为教学目标的数学才能发展四能,提升学生的核心素养。本文用案例的形式探讨如何利用“四基”特别是“第四基”的教学培养学生的核心素养。这三个案例以立体几何为教学材料,每个案例都是具有包含开放式问题、充分探索过程、数学实验环节的数学问题,也具有各自培养核心素养的功效。课堂中它们构成基本活动经验训练的教学片断。希望能有一定的借鉴作用。

**[关键词]** 浅议; 基本活动经验教学; 案例研究

中图分类号: G640 文献标识码: A

## 1 “基本活动经验”的内涵的理解

高中数学新课标(2017年版)其宗旨与目标就是系统的、全面地培养学生的6个方面的学科核心素养。其下级教学目标为‘四基’与‘四能’。‘四基’指:基本知识、基本技能、基本思想、基本活动经验。华东师范大学张奠宙教授在文献1中对“数学基本活动经验”定义与类型有一个较为详细的阐述。具体为:所谓基本数学经验,当是指在数学目标的指引下,通过对具体事物进行实际操作、考察和思考,从感性向理性飞跃时所形成的认识。数学活动经验的积累过程是学生主动探索的过程。其他专家对此阐释大同小异。有一点共识是“数学活动经验是一个极要探索的实践过程”。不难看到:基本活动经验3个要素为活动目标,活动实践与认识飞跃一个基本活动经验实践过程是它的核心环节,是基本活动经验的依托,必须通过各种教学活动来实施。基于基本活动经验的教学活动包括三部分:教学问题材料,预期功效,教学实践。下面通过三个案例剖析这种教学形式。

## 2 由案例谈“基本活动经验”教学

本人曾于2020年主持我市教育规划的课题《基于高中学生‘基本活动经验’

### 案例 影子问题

**【情境】** 如图, 广场上有一盏路灯挂在高10m的电线杆顶上, 记电线杆的底部为A。把路灯看作一个点光源, 身高1.5m的女孩站在离点A5m的点B处。回答下面的问题:

(1) 若女孩以5m为半径绕着电线杆走一个圆圈, 人影扫过的是什么图形, 求这个图形的面积;

(2) 若女孩向点A前行4m到达点D, 然后从点D出发, 沿着以BD为对角线的正方形走一圈, 画出女孩走一圈时头顶影子的轨迹, 说明轨迹的形状。



图 路灯下的女孩

培养下数学课堂实验教学的案例研究》, 主编校本教材《案例集》, 编创了23个案例。下面选取3个案例谈谈如何进行“基本活动经验”教学。

### 2.1 案例一: 教学材料

申孟秋编录:

**【功效说明】** 通过对本问题的探索, 学生可培养数学抽象, 直观想象, 数学运算等学科素养。树立用数学思维来思考世界习惯与方法。

教学实践:

### 【思路分析】

(1) 设影子长为 $x$ 。如图,  $\frac{x}{x+5} = \frac{1.5}{10}$ ,

$$x = \frac{15}{17}.$$

人影扫过的图形是以A为圆心, 半径分别为5m与 $5 + \frac{15}{17}$  (m) 2个圆围成的圆环。

面积约为 $30.1 \text{ (m}^2\text{)}$ 。

(2) 如图1, 女孩从D点走到P点, 记Q为女孩在P处时头顶影子,  $\frac{QP}{QA} = \frac{1.5}{10}$ , 所以

$\frac{QP}{PA} = \frac{3}{17}$ , 这一比例与P的位置无关。如图

2, 由上推导知当女孩从D走到E, 头顶的影子轨迹为线段MN, 依此女孩从D沿正方形走一圈, 头顶的影子轨迹为矩形MNRS。

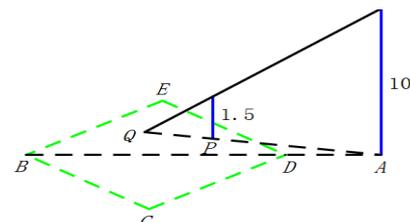


图 1

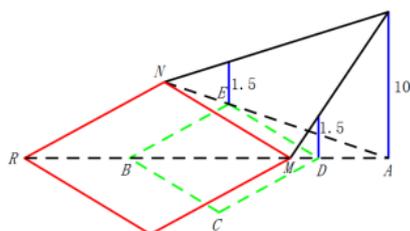
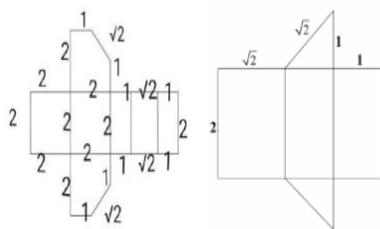


图 2

本案例编录于“国培计划(2018)”一示范性教师工作坊高端研修项目高中数学班课程内容。本案例出自教育部高中数学新课标课题组人员之手。它不是常见的数学试题,而是一个数学问题。求解这个问题需要学生结合生活的经验来探讨。引导学生在探讨活动中发现并能提出下列3个问题:(1)因为女孩的身高与灯离地的高度是不变的,人的头在地面的影子到脚与影子到灯杆底的距离的比不会因人的位置变化而变动。(2)高中阶段立几中轨迹问题可化归到同一个平面来讨论。(3)如何提炼生活中影子问题。这个案例符合“基本活动经验”教学特征。能综合培养学生数学抽象、直观想象、数学运算等核心素养。

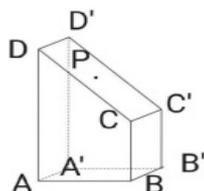
2020年新课标高考山东卷第4题(略)，“石晷”大家都在历史书中学过。考生要完成这个试题须在阅读理解后提出问题:(1)此题条件中如何抽出相关的数学问题。(2)在A处的水平平面及放置“石晷”的平面与直线OA及石针所在直线的位置关系如何?作对此题需要较高的数学抽象、直观想象等素养,平时经常锻炼用几何的语言来表达生活中数学问题的习惯。本案例与高考题说明利用基本活动经验教学培养学生发现问题与提出问题的能力,这是新课标教学着力要求的。新课标‘四能’中发现问题与提出问题较分析与解决问题能力更重要。

2.2案例二:案例:“截面”的教学



2.2.1上面为2个几何体平面展开图?  
(1)画出这2个几何体并计算它们的体积。

(2)说说它们与棱长为2的正方体的关系?如有截面并说出截面。



2.2.2一种元器件为直四棱柱  $ABCD-A'B'C'D'$  (侧棱垂直底面),  $AB=AD=A'A'=2BC=4$ ,  $AD//BC$ .  $P$ 为矩形  $D'D'C'C$  内一点. 现在过  $P$  与棱  $B'B'$  的截面上植入电子芯片。

(1)画出过  $P$  与棱  $B'B'$  的截面并说明作图的理由。

(2)试讨论芯片的尺寸大小.(结论不唯一,合理即可)。

【功效说明】本案例培养学生的数学抽象,直观想象,数学运算等学科素养。

【思路分析】

第一题:(1)如图,几何体为图3、4。

图3是直五棱柱,体积  $V_1 = [2 \times 1 + \frac{1}{2}(1+2) \times 1] \times 2 = 7$ 。图4是直三棱柱,体积  $V_2 = 1$ 。(2)几何体图3、图4是棱长为2的正方体切割得到,或正方体视为几何体图3、图4组合而成。这样变换一定形成截面。截面为矩形  $ABCD$  或  $A'B'C'D'$ 。

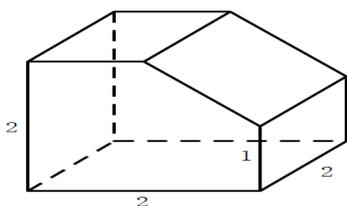


图 3

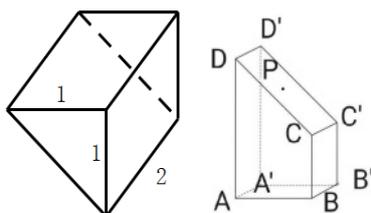


图 4

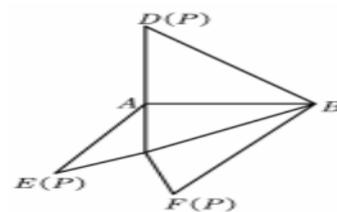
第二题:(1)过  $P$  作  $EF//CC' //BB'$  交  $DC \setminus D'C'$  于  $E, F$ 。连结  $EB, FB'$ , 则  $EFB'B$  为过  $P$  与棱  $BB'$  的截面。理由: 因为  $EF//BB'$ . 则过  $EF, BB'$  确定平面  $EB'F$ 。因为  $E \in$  面  $ABCD, \therefore EB$  面  $ABCD, \therefore$  面  $EB'F \cap$  面  $ABCD = EB$ 。同理, 面  $EB'F \cap$  面  $A'ABB' = BB'$ 。面  $EB'F \cap$  面  $A'B'C'D' = B'F, BB'$  面  $ABCD, \therefore BB' \subset$  面  $EB'F$ , 矩形  $EBB'F$  为过  $P$  与棱  $BB'$  的截面。

(2)依题意要确定芯片尺寸即确定截面  $EBB'F$  尺寸大小。量出  $EC$  的长, 记为  $a, EF=BB' = 4$ , 则  $EB=FB' = \sqrt{4+a^2}$ , 截面矩形  $BB'FE$  的面积为  $4\sqrt{4+a^2}$ . 所以, 芯片尺寸为长  $4 \leq 4$ , 宽  $\leq \sqrt{4+a^2}$ , 面积  $\leq \sqrt{4+a^2}$ , 形状不限。

张莫宙教授就数学活动经验的特征指出:“数学活动经验,是具有数学目标的主动学习的结果。数学经验来源于日常生活经验,却高于日常经验”。本案例的实践教学通过对相关几何体的变化使学生获得认识、处理截面问题的经验,符合‘基本数学活动经验’教学的要求。立几中截面问题是培养与检测学生直观想象素养的好材料,也受到高考命题人员的青睐。

“本案例问题2根据新课标(实验版)必修2(人教版)P<sub>99</sub>例3改编过来的”。基本活动经验的数学材料可来源于现实生活,也可从课本知识内容挖掘。人教版必修二只介绍长方体的平面展开图及应用。本案例问题1条件中给出了直五棱柱与直三棱柱的平面展开图,是对教材内容应用的创新,全国高中数学新课改教材(1997版)教学中可借鉴这种做法。2020年国家高考理科数学全国I卷也作了大胆尝试。

2020全国高考理科数学I卷第16题:如图,在三棱锥  $P-ABC$  的平面展开图中  $AC=1, AB=AD=\sqrt{3}, AB \perp AC, AB \perp AD, \angle CAE=30^\circ$ , 则  $\cos \angle FCB =$  \_\_\_\_\_。



(求解过程略)

王尚志教授指出：新课标教学理念之一是对学生培养路径变为知识——能力——核心素养。在新课改教材(2017版)删除三视图前提下，利用非长方体的几何体的平面展开图培养与检测学生的直观想象素养是一种好的选择。本案例与高考题说明：基本教学活动经验教学问题材料要从生活中攫取，从教材内容中挖掘。

2.3案例三：案例：“下雨”量的计算问题

过去农村的老农测量某次下雨的雨量习惯上用“啣”作单位，一啣水大约为10mm。如：今天下了2啣水即下雨的雨量约为20mm。又现在气象部门对下雨量的等级分类如下表(以24小时为计算单位)。

阵雨：雨量≤30mm，下雨时间不超过6小时。

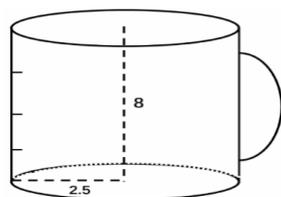
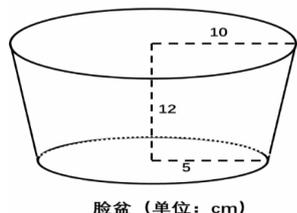
2.3.1农村某地区午后先下了5小时阵雨，又下了3小时大暴雨，则该地区大约下了几啣水？

2.3.2某学生只有一个脸盆和一个带有刻度的杯子。脸盆视为圆台如图，杯子为圆柱如图。

(1)该学生在一次下雨中共接了 $2\frac{3}{4}$ 脸盆雨水，问此次下雨大约为多少啣水？它的等级如何？

(2)想想学生是怎样用这些工具测出某次下雨为特大暴雨？简单写出其过程？

注：‘下雨’量的计算为单位面积里从天上降落到地面上液态或固态水未经流失蒸发和渗漏时在地面上的高度。精确到0.01mm。



杯子 (单位: cm)

【功效说明】锻炼学生用数学的思维思考现实世界，培养学生数学抽象、直观想象、数学运算、逻辑推理等核心素养。培养学生计算下雨量的活动经验。

【思路分析】

问题1：该地区下雨量为[100, 230)，大约为10啣水~23啣水。

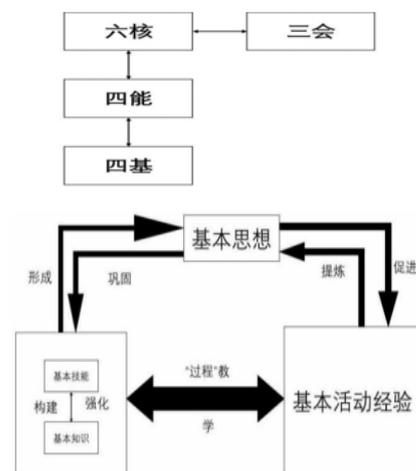
问题2：(1)如图，脸盆体积 $V'=700(\text{cm}^3)$ 。该次下雨某学生接的雨量体积为 $2\frac{3}{4}v'=1925(\text{cm}^3)$ ，此次下雨量约为 $\frac{1925\pi}{\pi \times 10^2}=19.25\text{cm}=19.25\text{mm}$ 。故，此次下雨共下了19.25啣水，属大暴雨级别。(2)根据生活经验，用脸盆接水，用杯子计算下雨时雨水的体积，依问题2(1)方法测算下雨量。若测算下雨量值 $\geq 200$ ，可判定下雨等级为特大暴雨。

在湖南广大农村的农民常用“啣”作为估算下雨量计量单位，笔者小时候见老父亲常用这‘土方’。本案例分析、实验探究过程促使学生对测算降雨量的经验的形成，对降雨量计算认识有质的飞跃。强化学生对身边数学问题的关注的程度，形成学数学有用理念，增强学生学数学的兴趣。2019年全国高考理科数学I卷第4题(略)就是以人的身体为材料考查考生核心素养的试题。完成该题首先弄清楚咽喉、脖子下端、肚脐等位置及腿长的计算方式，它们在每个人身体都有，平时老师与学生很少关注。当然本题考查了考生构建方程与不等式基本知识与方法。案例与高考试题都说明：用学生身边的数学问题作材料可以增强学生用数学思维来思考，用数学的眼光来观察，用数学语言来表述的素养。

3 案例后的思考

等级	小雨	中雨	大雨	暴雨	大暴雨	特大暴雨
雨量(mm)	[0.1, 10)	[10, 25)	[25, 50)	[50, 100)	[100, 200)	[200, +∞)

(1)上述案例所研究的基本活动经验问题都包含基本知识、基本技能、基本思想及‘四能’与‘三会’。新课标(2017)所包括的四基、四能、六核、三会是一个整体。它们关系正如文献2所指的：



(2)“基本活动经验”教学是具有数学实验特征的过程教学，情景材料必不可少。笔者认为：①材料来源于生活但必须高于生活；②材料适合于学生。就是说情境材料的时效性与实用性。

(3)“基本活动经验”教学中教学活动一定要有经验的获得，这些经验可以是某一个结论、构建的模型、有实用价值的结果等，这些经验对学生后续学习有启迪作用。

[课题项目]

湖南衡阳市十三.五教育规划课题“基于高中学生‘基本活动经验’培养下数学课堂实验教学的案例研究”(XDJ2018118)。

[参考文献]

[1]张冀宙,竺仕芬,林永伟.基本数学经验的界定与分类[J].数学通报,2008,47(5):4-7.  
 [2]申一健.从两则案例谈“基本活动经验”教学[J].教师,2019,(30):77-78.  
 [3]许楠焯.积累数学基本活动经验的方法[J].华夏教师,2014,(05):46.

作者简介:

申孟秋(1964--),男,汉族,湖南祁东人,湖南省衡阳市田家炳实验中学正高级教师,本科,研究方向:高中数学教学。