

核心素养导向的探究学习——以数学学习实践为例

刘俊¹ 窦学芳² 刘春燕² 张芳榕³ 顾来芬⁴ 倪丽琴⁵ 罗红英⁶ 杨静梅⁶

1 曲靖师范学院应用数学研究所 2 曲靖市麒麟区第四中学 3 曲靖市民族中学

4 曲靖市麒麟区第七中学 5 曲靖市马龙区第三中学 6 曲靖师范学院数学与统计学院

DOI:10.12238/er.v3i12.3478

[摘要] 核心素养引领着基础教育的深化改革,数学探究学习是实现数学核心素养落地的有效途径,该文提出了实施数学探究学习的“3+1”(理解、思考、执行+拓展)教学策略,并通过具体案例来阐明“3+1”教学策略的具体运用,培养学生的数学核心素养。

[关键词] 核心素养; 数学探究学习; 实践探索; 深度学习

中图分类号: G752 文献标识码: A

Inquiry learning under the guidance of core literacy——Taking mathematics learning practice as an example

Jnu Liu¹ Xuefang Dou² Chunyan Liu² Fangrong Zhang³

Laifen Gu⁴ Liqin Ni⁵ Hongying Luo⁶ Jingmei Yang⁶

1 Institute of Applied Mathematics 2 The fourth middle school 3 National middle school

4 The seventh middle school 5 The third middle school, Malong District 6 College of Mathematics and Statistics

[Abstract] Core literacy leads the deepening reform of basic education, and mathematical inquiry learning is an effective way to realize the implementation of mathematical core literacy. This paper puts forward the "3 + 1" understanding, thinking, implementation + expansion) teaching strategy of implementing mathematical inquiry learning, and illustrates the specific application of "3 + 1" teaching strategy through specific cases to cultivate students' mathematical core literacy.

[Key words] core literacy; mathematics inquiry learning; practical exploration; deep learning

前言

“核心素养”以培养“全面发展的人”为核心,被置于深化课程改革、落实立德树人根本任务的首要位置。^[1] 核心素养概念体系已成为深化课程改革的方向,核心素养成为基础教育改革的指路明灯,成为学生成长的DNA,引领着基础教育的深化改革,从“知识本位”时代走向“核心素养”时代。学生核心素养的培育最终要通过各学科的核心素养来实施,史宁中教授指出:“数学教育的终极目标是,一个人学习数学之后,即使这个人未来从事的工作和数学无关,也应当会用数学的眼光观察世界,会用数学的思维思考世界,会用数学的语言表达世界。”经过几年的讨论,数学核心素养最终确定为数学抽象、逻辑推理、数学模

型、直观想象、数学运算、数据分析六个方面,^[2] 现在的关键问题是如何使数学核心素养落地生根? 这不仅是理论研究的问题,更是实践探讨的重点,而数学探究学习为数学核心素养如何落地提供了直接的实践途径,具有较强的生命力,已成为培养学生创新思维和创新精神的教学方法。

1 数学探究学习

数学解题作为数学学习的显著特点,而数学解题的过程就是一个探究数学问题解决的思维过程,学生能在数学探究学习过程中获得较多的解题方法与技能。数学探究学习较之传统的讲授式。

学习具有很明显的优势,与学生学习成绩具有明显的正相关关系,施奈德(L. S. Schneider, 1980)在对7至9年级学

生进行了长时间的实证研究后,发现使用探究学习法的在知识内容掌握的测验中会多次获得高分。^[3] 但是,在课堂环境中如何施行数学探究学习是现今数学教学中的重点和难点,对这方面的探索还相当零散和单一,为此,我们在课堂教学过程中开展探究学习,进行深度探索具有重要的意义和价值。^[4]

数学教育要把培养学生数学核心素养放在首位,在学生掌握数学知识的同时,还要培养学生独立思考和合作探究的能力,获得解决较为复杂数学问题的经验和方法,由此可见,数学探究学习是落实数学核心素养的重要途径。数学课堂教学中的探究学习有三个突出的特点:一是教师的全程监控指导;二是探究内容的相对稳定性;三是时间和空间

的固定性。在数学探究过程中,要以学生为主体,要将原来的以“教”为主转变为现在的以“学”为主,学生要在教师的引导下探索问题的解决。但在探究的过程中,教师要转变角色,是起引导者作用,在学生的数学探究活动中只起到搭建一定的“脚手架”的作用,不能包办代替。学生要主动学习,独立思考,在学生自己亲身体验探索的过程中培养数学核心素养。

数学问题解决的探究学习要经历“3+1”(理解、思考、执行+拓展)教学策略:

“理解”是指在设置的问题情景下读懂题目,弄清题意,不仅仅是语言字面的意思,而是要分清楚未知量和已知量?有哪些条件?显性的条件有哪些?还要挖掘隐性的条件有哪些?本题的目的到底是要做什么?^[5]

“思考”是指寻找已知量与未知量之间的关系——直接或间接、显性或隐性?这是一个反复揣摩、逐步精致的求索过程,在新旧知识的冲突中主动建构解题思路。

“执行”是指经思考得出的解题路径和方法去尝试执行,这是一个反复摸索的过程,也是一个深度学习的过程。

“拓展”是指在回顾反思中把握探究过程的实质,并向深度和广度两个方面拓展和提升,一方面,拓展学生解题思路,一题多解。另一方面,提倡变式,在原型题的基础上进行变化,多题一解,是以一种解题方法为基准,去求解一类数学题目。

2 案例研究

为了能充分理解和运用数学探究法,我们选取中学数学教学中的案例之一来阐述。

问题1:空间个平面最多可将空间分割成多少个不同的部分?

理解:空间中当只有1~3个平面时容易得到最多分割成的不同部分,但只要达到4个及以上平面时,就很难得出最多能将空间分割成多少个不同部分。

思考:由于是在三维空间中考虑,比较抽象,也很难画出直观图形,给解

带来了很大的难度,不妨先将维数降低到二维空间,再推广到三维空间。二维平面内的相关问题比较熟悉,较为简单,于是,可先考虑如下的二维平面问题:

问题2:平面内 n 条直线,最多可将平面分割成多少块?

理解:这是一个平面内的问题,可先从 $n=1, 2$ 开始,通过直观,得出结论,然后再推广到 $n=3, 4$, 最后再推广到 n 的情形。

思考:问题的关键是每增加1条直线,最多能将平面分割后增加多少块?

当 $n=1, 2, 3, 4, 5$ 时,最多可将平面分别分割成2块、4块、7块、11块、16块。猜想: n 条直线时,最多可

将平面分割成 $\frac{n^2+n+2}{2}$ 块。

执行:由于与自然数 n 有关,故用数学归纳法证明下面的命题。

命题1:平面内 n 条直线最多可将平面分割成 $\frac{n^2+n+2}{2}$ 块。

证明:(1)当 $n=1, 2$ 时,显然成立。

(2)假设当 $n=k$ 时成立,即平面内 k 条直线最多可将平面分割成

$f(k)=\frac{k^2+k+2}{2}$ 块。

当 $n=k+1$ 时,在 k 条直线上再多增加1条直线,把平面分割后最多能增加 $k+1$ 块,于是当平面内 $k+1$ 条直线时,最多能将平面分割成的块数为:

$$f(k+1)=\frac{k^2+k+2}{2}+(k+1)=\frac{(k+1)^2+(k+1)+2}{2}$$

于是,当 $n=k+1$ 成立,命题1得证,问题2得到解决。

拓展:问题2是二维平面的,借助类比活动,现将其推广到三维空间,作出合理的预测,解决问题1。

理解:二维平面到三维空间,二维平

面问题的结论和得来的过程有什么特点,现要推广到三维空间,将发生什么变化?这种变化对结果将产生什么不同的结果?

思考:我们可以像二维平面一样从简单到复杂,从 $n=1, 2, 3$ 开始,再推广 n 到个平面,但这种做有很大难度,不容易猜想出能最多把空间分割成不同部分是多少。因此,我们需要重新换一下思路,通过分析二维平面时的情况, n 条直线最多能将平面分割成

$$f(n)=\frac{n^2+n+2}{2} \text{ 块, 这是一个二}$$

次函数,根据二维到三维的类比分析,不难做出这样的猜想:三维空间被个平面分割,所得部分应是一个三次函数,这个想法将把我们引导到猜想:最多能将空间分割成多少部分的计算公式为三次函数:

$$g(n)=a_1n^3+a_2n^2+a_3n+a_4。$$

执行:猜想出了

$$g(n)=a_1n^3+a_2n^2+a_3n+a_4,$$

但系数怎么确定呢?我们可以通过具体实验而求出公式中的待定系数。

当 $n=1, 2, 3, 4$ 时,有

$$g(1)=a_1+a_2+a_3+a_4=2,$$

$$g(2)=8a_1+4a_2+2a_3+a_4=4,$$

$$g(3)=27a_1+9a_2+3a_3+a_4=8,$$

$$g(4)=64a_1+16a_2+4a_3+a_4=15。$$

联立上面4个方程,可求得:

$$a_1=\frac{1}{6}, a_2=0, a_3=\frac{5}{6},$$

$$a_4=1。$$

则有

$$g(n) = \frac{1}{6}n^3 + \frac{5}{6}n + 1.$$

于是,得到下面的命题:

命题2: 空间 n 个平面最多可将空

间分割成 $\frac{1}{6}n^3 + \frac{5}{6}n + 1$ 个不同的部分。

证明: 用数学归纳法证明。

(1) 当 $n = 1, 2$ 时, 显然成立。

(2) 假设当 $n = k$ 时成立, 即 k 个平面最多可把空间分割成 $g(k) = \frac{1}{6}k^3 + \frac{5}{6}k + 1$ 个部分。

当 $n = k + 1$ 时, 在 k 个平面多增加1个平面, 把空间分割后最多能增加

$$\frac{k^2 + k + 2}{2} \text{ 个部分, 于是当空间内}$$

有 $k + 1$ 个平面时, 最多能将空间分割成的部分为:

$$g(k+1) = \frac{1}{6}k^3 + \frac{5}{6}k + 1 + \frac{k^2 + k + 2}{2} = \frac{1}{6}(k+1)^3 + \frac{5}{6}(k+1) + 1.$$

即当 $n = k + 1$ 成立, 故命题2得证, 问题1得到解决。

本案例如果不将问题2作为铺垫而直接去解答问题1, 题目难度明显太大, 学生将无从下手去做。因此, 采用降维的方法, 将三维空间问题降维(化归)到二维平面问题先求解, 再用类比方法, 从二维平面拓展到三维空间, 问题1的难度就降低了, 这就是数学探究法的运用。

3 总结

本文对核心素养引导下的数学探究学习进行了深入的研究, 提出了数学探究学习的“3+1”(理解、思考、执行+拓展)教学策略, 并用具体案例说明了如何运用“3+1”教学策略, 引导学生深入思考探究, 体现了以“学生”为主体的教学理念, 教学过程从简单到复杂, 逐步引导学生去探索问题, 难度逐步增大, 突出了“发现→猜想→论证”的数学思维过程, 培养学生的数学核心素养。

[基金项目]

云南省教育厅科研项目“基于核心素养的云南中小学少数民族学生数学思维品质培养研究”2019J0613); 曲靖师范学院教育教学改革研究项目“基于高中数学新课程的高师院校数学史课程的教学改革”(JGXM201804); 曲靖师范学院重点课程建设项目“数学史与方法论”(ZDKC2016002); 曲靖市教育科学规划课

题2019年度联合项目“核心素养下初中数学高效课堂探究”(QJQSKT2019XZC05); 曲靖市教育科学规划课题2019年度联合项目“基于核心素养的高中数学解题教学研究”(QJQSKT2019YB27); 曲靖市教育科学规划课题2019年度联合项目“基于核心素养下的高中数学解题研究”(QJQSKT2019YB31)。

[参考文献]

[1] 吴晓红, 谢海燕. 基于学科核心素养的数学教学课例研究[M]. 上海: 华东师范大学出版社, 2019: 1-2.

[2] 史宁中. 学科核心素养的培养与教学——以数学学科核心素养的培养为例[M]. 中小学管理, 2017(1): 1-3.

[3] 宁连华. 数学探究学习论[M]. 北京: 高等教育出版社, 2008: 9-52.

[4] 刘月霞, 郭华. 深度学习: 走向核心素养[M]. 北京: 教育科学出版社, 2019: 3-6.

[5] 波利亚著, 涂泓、冯承天译. 怎样解题——数学教学法的新面貌[M]. 上海: 上海科技教育出版社, 2006: 1-3.

作者简介:

刘俊(1963--), 男, 汉族, 云南昆明人, 教授, 曲靖师范学院应用数学研究所, 研究方向: 数学教育、微分方程。