

# 基于数学模型的水资源污染排放预测

努恩吉雅<sup>1</sup> 包高娃<sup>2</sup> 李珊珊<sup>1</sup>

1 河套学院 2 集宁师范学院

DOI:10.12238/er.v5i2.4513

**[摘要]** 江河湖海是地球表面水源的主要载体,是生物生存繁衍的重要因子。然而,随着城市化的建设和工业的发展,很多江河湖海都受到不同程度的污染。本论文主要研究乌梁素海水污染情况,建立多项式拟合与分段线性插值的数学模型对2019年每个月总氮、总磷的浓度数据进行整合,并且分析了污染源浓度的变化趋势。结合乌梁素海的实际状况,对于各月份湖水中所含营养元素的浓度,根据对乌梁素海的营养化评价标准以判定其污染程度,并针对性的提出保护与修复建议。

**[关键词]** 污染元素; 多项式拟合; 插值

**中图分类号:** G623.5 **文献标识码:** A

## Prediction of Pollution Discharge of Water Resources Based on the Mathematical Model

Nuenjiya<sup>1</sup> Gaowa Bao<sup>2</sup> Shanshan Li<sup>1</sup>

1 Hetao College 2 Jining Normal University

**[Abstract]** Rivers, lakes and seas are the main carrier of water sources on the earth surface and an important factor for the survival and reproduction of living beings. However, with the construction of urbanization and the development of industry, many rivers, lakes and seas are polluted to varying degrees. This paper mainly studies the water pollution of Wuliangsu Lake, establishes a mathematical model of polynomial fitting and piecewise linear interpolation to integrate the monthly total nitrogen and phosphorus concentration data in 2019, and analyzes the change trend of pollution source concentration. According to the actual situation of Wuliangsu Lake, for the concentration of nutrient elements contained in the lake water in each month, the pollution degree is determined according to the nutritional evaluation standard of Wuliangsu Lake, and targeted protection and restoration suggestions are put forward.

**[Key words]** pollution elements; polynomial fitting; interpolation

### 1 绪论

水是万物之源,任何生命都要依靠水源才能存活繁衍。然而,在大气环境的变化和人类社会的影响下,湖泊原有的生态环境受到严重破坏,最严重的是湖泊水质恶化。这时,人们开始意识到江河湖海对我们的重要性,国家领导人曾说:绿水青山就是金山银山。科学家和学者们纷纷研究了水污染,发现其中富营养化是主要问题之一,也就是说,营养元素氮磷是水体富营养化的重要成因之一。

乌梁素海位于内蒙古自治区的河套平原地区,由于其主要湖泊和河网远离海洋,降水少,气候干燥,水侵蚀弱。截止

于2010年,乌梁素海的水域面积仅仅只有293km<sup>2</sup>,这只是60年前的四分之一。一些专家们对于乌梁素海做出了这样的预测,乌梁素海很可能将在20年内消失。而且乌梁素海的污染情况极其严重,导致水域无法利用反而还危害周边生物,破坏庄稼。

### 2 水环境污染主要特征

随着城镇化和工业化的发展,大量的农田退水,工业废水和城市污水排入乌梁素海,其水环境污染的特点如下:

周边城镇地区排入的污染物纷繁复杂,且排污次数高,导致湖水环境持续受到破坏;

农田化肥中氮磷的含量直接影响到

湖水富营养化的程度,因此,乌梁素海成为富营养化水体,富营养化指数逐年上升;

湖泊的水环境不仅随着排入湖泊的污水量变化而变化,而且还跟水质有着直接的联系。

### 3 湖泊现状调查与监测

#### 3.1 水质现状监测

根据河湖健康评估技术导则要求,在乌梁素海平均选取取样点,湖面共设置20个采样点、排干设置4个采样点、退水渠1个采样点,分别为: I12、J11、J13、K12、L11、L13、L15、M12、M14、N13、O10、P9、P11、Q8、Q10、R7、S6、T5、U4、V3、总排干、八排干、九排干、十排干、乌毛计。

在项目实施期间分别对乌梁素海2019年12个月于每月中旬至下旬期间采集水质样品。

### 3.2 水质情况监测

水质情况主要针对富营养化状态进行监测,在评估基准年项目实施期内,于2019年每个月中旬至下旬在乌梁素海湖面监测点进行取样,在现场监测水深、透明度、水温、pH值等指标,测定总氮、总磷、氨氮等水质指标,参照水和废水监测分析方法测定9月份的水质结果。在评价基准年项目实施过程中,分别于每月中下旬从乌梁素海湖面监测点采集样品。现场监测水深、透明度、水温、pH值、电导率和溶解氧。

## 4 数学模型的建立

### 4.1 多项式拟合法

由9月份水质监测数据结果建立模型,一般多项式拟合的目标是找出一组多项式系数

$$a_i (i=1,2,\dots,n+1)$$

使得多项式:

$$\phi(x) = a_1 x^n + a_2 x^{n-1}$$

$$+ \dots + a_n x + a_{n+1}$$

能够更好地拟合原始数据。多项式拟合不能保证每个样本点都在拟合曲线上,但可以使总体拟合误差更小。多项式拟合可以通过MATLAB实现所提供的()函数。此函数的调用格式为:

p=polyfit(x,y,n)

### 4.2 插值法

4.2.1 多项式插值——范德蒙德行列式的应用

对于未知函数

$$y = f(x), x \in [a, b]$$

若其表达式很复杂或者根本不知道其具体表达式,而只能通过实验或者试验得到该函数在某些点 $x_0, x_1, \dots, x_n$ 上

的函数值 $y_0, y_1, \dots, y_n$ ,要寻找一个

函数 $\phi(x)$ 来近似代替 $f(x)$ ,要求满足

$$\phi(x_i) = y_i, i = 0, 1, 2, \dots, n$$

这类问题称为插值问题,并称

$\phi(x)$ 为 $f(x)$ 的插值函数,称

$x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$ 为插值节

点, $\phi(x_i) = y_i, i = 0, 1, 2, \dots, n$ 称为

插值条件。常用的插值函数是多项式和样条函数。

选择什么类型的函数作为 $\phi(x)$ ?

最自然方法就是把 $\phi(x)$ 设成次数不超过n的多项式

$$P_n(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n$$

满足插值条件有 $n+1$ 个方程,从

而确定出 $P_n(x)$ 中的 $n+1$ 个参数。

为了确定这 $n+1$ 个参数,可以得

到关于 $P_n(x)$ 中待定参数

$a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ 的线性方程组

$$\begin{cases} a_0 + a_1 x_0 + a_2 x_0^2 + \dots + a_n x_0^n = y_0 \\ a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_1^2 + \dots + a_n x_1^n = y_1 \\ a_0 + a_1 x_2 + a_2 x_2^2 + \dots + a_n x_2^n = y_2 \\ \dots\dots\dots \\ a_0 + a_1 x_n + a_2 x_n^2 + \dots + a_n x_n^n = y_n \end{cases}$$

它的系数行列式即为范德蒙德(Vandermonde)行列式

$$V = \begin{vmatrix} 1 & x_0 & x_0^2 & \dots & x_0^n \\ 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix}$$

$$= \prod_{n \geq i > j \geq 0} (x_i - x_j)$$

如果节点 $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$ 互不相

同, $V \neq 0$ ,上述线性方程组有唯一解,

可以唯一确定参数 $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ 。

这就说明了 $n$ 次代数插值问题是存在且唯一的。不难得到这个插值多项式的行列式表示形式为

$$\begin{vmatrix} x & x & L & x^n & P_n(x) \\ x & x & L & x^n & y \\ x & x & L & x^n & y \\ x & x & L & x^n & y \\ M & M & M & M & M \\ x_n & x_n & L & x_n^n & y_n \end{vmatrix} =$$

它显然满足

$$P_n(x_i) = y_i (i = 0, 1, \dots, n)$$

并且按第 $n+1$ 列展开, $P_n(x)$ 是

$x$ 的 $n$ 次多项式,整理可得

$$P_n(x) = \sum_{j=0}^n \left[ \prod_{\substack{i=0 \\ j \neq i}}^n \left( \frac{x - x_i}{x_j - x_i} \right) \right] y_j$$

### 4.2.2 分段线性插值法

对于未知函数

$$y = f(x), x \in [a, b],$$

已知它在区间 $[a, b]$ 上 $n+1$ 个观测点

$$(x_i, y_i) (i = 1, 2, \dots, n),$$

$$a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$$

要寻求一个近似函数。将区间上的每两个相邻节点都以一条直线连接,因此折线是分段线性插值函数,记为

$I_n(x)$ 。 $I_n(x)$ 我们的满足插值条件

$I_n(x_i) = y_i = f(x_i)$ ,并且它在每段

区间 $[x_i, x_{i+1}] (i=1, 2, \dots, n)$ 上都是线性函数。

事实上, 分段线性插值函数 $I_n(x)$ 可以表示为

$$I_n(x) = \sum_{i=0}^n y_i l_i(x),$$

其中,

$$l_i(x) = \begin{cases} \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}}, & x \in [x_{i-1}, x_i] (i=1, 2, \dots, n) \\ \frac{x - x_{i+1}}{x_i - x_{i+1}}, & x \in [x_i, x_{i+1}] (i=0, 1, \dots, n-1) \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

#### 4.3 模型结果分析

通过模型结果可得, 2019年1~12月总磷浓度波动较大, 总体呈先递减后递增的趋势。在1月到4月之间, 湖区总磷浓度在0.03~0.30mg/L之间平稳波动。从4月份开始, 湖泊中总磷浓度波动较大, 此时湖区刚结束冰封期, 去年遗留的芦苇开始分解, 芦苇分解会产生大量的氮、磷、营养盐, 从而导致2019年4月乌梁素海总磷溶度较高。在7月湖区总磷浓度达到最小值0.01mg/L, 较4月份减少了300%。在5月到6月期间, 乌梁素海中生活污水及农田退水中富含的磷元素逐渐累积, 水体富营养化加重。从6月之后, 湖泊总磷浓度开始降低, 在12月达到湖区总

磷浓度的最小值。而从图4-3-2, 4-3-3中可以看出总氮浓度整体呈下降趋势, 在1月总磷的浓度变化范围较大, 4月份之后变化范围逐渐缩小。

利用分段线性插值法将2月、3月、12月的总氮、总磷浓度算出来, 再将各项数平均, 整合十二月的数据结果。

#### 4.4 检测数据计算结果

乌梁素海2019年1月份, 全湖总磷、总氮平均浓度分别为0.03~0.30mg/L、0.25~8.58mg/L。依据表4-3-1, 先将各点位浓度进行平均, 全湖平均值采用线性插值法将各项目浓度值转化为赋分值, 总磷、总氮赋分值En分别为60.27、69.70。最终再将两项值进行平均, 得到2019年1月水体的富营养化指数EI为57.07, 依据湖泊营养化状况评估赋分标准, 赋分为52.93分。同理可以计算出2019年乌梁素海其余月份湖泊营养化状况评估赋分, 并算出最终平均分为60.56分。

### 5 结论

乌梁素海水水质富营养化赋分为60.56分, 为健康状态。本论文通过建立多项式拟合与分段线性插值的数学模型对2019年每个月总氮、总磷的浓度数据进行整合, 通过MATLAB程序直观分析了污染源浓度的变化趋势。结合乌梁素海的实际状况, 对乌梁素海水污染现状及富营养化问题进行分析, 检测水质现状, 由于水体中氮磷及COD含量高, 均达到了劣五类水体的标准, 使水质和水功能区达标率较低。因此我们可以预测, 要想改善乌梁素海水水质现状, 必须从控制氮磷元素的流入下手, 也就是主要控制农田

退水流入湖中。

#### [基金项目]

内蒙古自治区教育科学研究规划课题“新时代高校课程思政建设路径研究——以《线性代数》为例。

#### [参考文献]

- [1] 张展羽, 徐翠兰. 灌区水土环境问题及其对策研究[J]. 中国农村水利水电, 2002, (4): 46.
- [2] 吴尧萍, 王远, 林晓梅. 江苏省能源需求预测及二氧化碳减排研究[J]. 长江流域资源与环境, 2013, (7): 45-53.
- [3] 邱硕, 王雪强, 毕胜山. LEAP模型下的陕西省节能与温室气体减排潜力分析[J]. 西安交通大学学报, 2016, 50(11): 28-35.
- [4] 张玲琳. 北京市交通运输能源消耗指数分解研究及与经济增长关系动态分析[D]. 北京交通大学, 2014.
- [5] 张志剑. 农业面源污染与水体保护[J]. 浙江科技, 1999, (6): 23-24.
- [6] 李艳霞. 博斯腾湖生态修复技术的研究[D]. 西安理工大学, 2007.
- [7] 杨桂元, 李天胜. 数学建模入门[D]. 中国科技技术大学出版社, 2013.

#### 作者简介:

努恩吉雅(1977--), 女, 蒙古族, 内蒙古科尔沁右翼前旗人, 硕士, 副教授, 从事代数学, 金融数学教学与研究。

包高娃(1982--), 女, 蒙古族, 内蒙古科尔沁右翼前旗人, 硕士, 讲师, 从事外国语言学与应用, 主要日语、英语学教学与研究。

李珊珊(1986--), 女, 汉族, 内蒙古呼伦贝尔人, 硕士, 副教授, 从事概率统计, 大数据的教学与研究。